

Métropole 2025	
CORRECTION Yohan Atlan © https://www.vecteurbac.fr/	
CLASSE : Terminale STI2D	EXERCICE 3 : 4 points
VOIE : ☒ Générale	ENSEIGNEMENT : Physique-chimie
DURÉE DE L'ÉPREUVE : 0h54	CALCULATRICE AUTORISÉE : ☒ Oui sans mémoire, « type collège »

EXERCICE 3

Mathématiques Métropole 2025

Question 1

D'après la figure, le point M appartient au cercle de centre O et de rayon 5, donc $|z_M| = 5$, ce qui élimine la réponse A (module 4) et la réponse D (dont le module ne peut pas être négatif).

M se situe dans le quadrant où la partie réelle est positive et la partie imaginaire négative : la demi-droite $[OM)$ fait un angle de $-\frac{\pi}{4}$ avec l'axe des réels, ce qui élimine la réponse B (argument $\frac{\pi}{4}$, qui placerait M au-dessus de l'axe des réels).

La réponse exacte est donc la réponse C :

$$z_M = 5e^{-i\frac{\pi}{4}}.$$

Question 2

1.

L'équation $y' = 2y - 0,5$ est une équation différentielle linéaire du premier ordre, de la forme $y' = ay + b$ avec $a = 2$ et $b = -0,5$.

$$f(x) = Ce^{ax} - \frac{b}{a}, \quad C \in \mathbb{R}$$

$$f(x) = Ce^{2x} - \frac{-0,5}{2}, \quad C \in \mathbb{R}$$

$$f(x) = Ce^{2x} + \frac{1}{4}, \quad C \in \mathbb{R}$$

2.

Pour tout réel x , en notant $f(x) = Ce^{2x} + \frac{1}{4}$ une solution de l'équation, on a :

$$f'(x) = 2Ce^{2x}.$$

La condition $f'(0) = -3$:

$$2Ce^0 = -3$$

$$2C = -3$$

$$C = \frac{-3}{2}$$

$$C = -\frac{3}{2}$$

La fonction cherchée est donc la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -\frac{3}{2}e^{2x} + \frac{1}{4}$$

Question 3

On résout dans $\mathbb{R}$:

$$f(x) = 0$$

$$e^{-0,016x} - 2 = 0$$

$$e^{-0,016x} = 2$$

$$\ln(e^{-0,016x}) = \ln(2)$$

$$-0,016x = \ln(2)$$

$$x = -\frac{\ln(2)}{0,016}$$

$$x = -\frac{125}{2}\ln(2)$$

$$x \approx -43,32$$

Question 4

Pour tout $x > 0$:

$$\ln\left(\frac{x^4}{9}\right) - 3\ln(x) + \ln\left(\frac{9}{x}\right) = [\ln(x^4) - \ln(9)] - 3\ln(x) + [\ln(9) - \ln(x)]$$

$$\ln\left(\frac{x^4}{9}\right) - 3\ln(x) + \ln\left(\frac{9}{x}\right) = 4\ln(x) - \ln(9) - 3\ln(x) + \ln(9) - \ln(x)$$

$$\ln\left(\frac{x^4}{9}\right) - 3\ln(x) + \ln\left(\frac{9}{x}\right) = (4 - 3 - 1)\ln(x) + (-\ln(9) + \ln(9))$$

$$\ln\left(\frac{x^4}{9}\right) - 3\ln(x) + \ln\left(\frac{9}{x}\right) = 0$$

On a donc bien, pour tout $x > 0$:

$$\ln\left(\frac{x^4}{9}\right) - 3\ln(x) + \ln\left(\frac{9}{x}\right) = 0$$