

Métropole 2021 CORRECTION Yohan Atlan © https://www.vecteurbac.fr/	
CLASSE : Terminale STI2D	EXERCICE 3 : 4 points
VOIE : ☒ Générale	ENSEIGNEMENT : Physique-chimie
DURÉE DE L'ÉPREUVE : 0h54	CALCULATRICE AUTORISÉE : ☒ Oui sans mémoire, « type collège »

EXERCICE 3 Mathématiques Métropole 2023

Question 1

1.
Sur $[0 ; 2]$, on a $f(x) \geq 0$, donc l'aire A du domaine hachuré, compris entre la courbe $\mathcal{C}_f$, l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$, s'écrit :

$$A = \int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 (8x + 1)e^{-x} dx$$

2.
Comme F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$:

$$A = \int_0^2 f(x) dx = F(2) - F(0)$$

$$F(2) = -(8 \times 2 + 9)e^{-2} = -25e^{-2}$$

$$F(0) = -(8 \times 0 + 9)e^0 = -9$$

Donc :

$$A = -25e^{-2} - (-9) = 9 - 25e^{-2}$$

La valeur exacte de A est $9 - 25e^{-2}$ unité d'aire, soit, à 10^{-2} près :

$A \approx 5,62$ unités d'aire.

Question 2

1.
La fonction g est dérivable sur $]0 ; +\infty[$ comme somme de fonctions dérivables sur cet intervalle. Pour tout $x \in]0 ; +\infty[$:

$$g'(x) = 2 + 4 \times \frac{1}{x}$$

$$g'(x) = \frac{2x}{x} + \frac{4}{x}$$

$$g'(x) = \frac{2x + 4}{x}$$

2.
Pour tout $x \in]0 ; +\infty[$, $x > 0$ et $2x + 4 > 0$ (somme de deux termes strictement positifs), donc $g'(x) > 0$.

La fonction g est donc strictement croissante sur $]0 ; +\infty[$.

Question 3

Le module de z est :

$$|z| = \sqrt{(-2\sqrt{3})^2 + 2^2}$$

$$|z| = \sqrt{12 + 4}$$

$$|z| = \sqrt{16}$$

$$|z| = 4$$

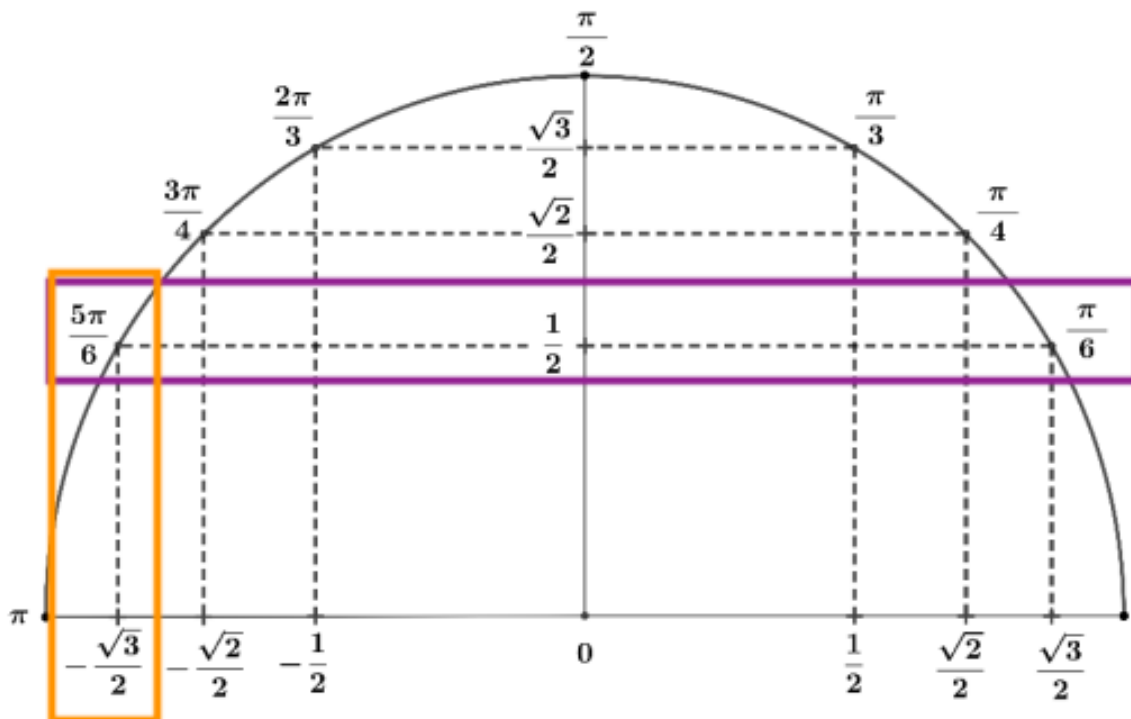
On peut donc écrire

$$z = 4 \left(-\frac{2\sqrt{3}}{4} + \frac{2}{4}i \right)$$

$$z = 4 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)$$

Un argument θ de z vérifie donc :

$$\cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{et} \quad \sin\theta = \frac{1}{2}$$



D'après le demi-cercle trigonométrique, ces deux conditions sont vérifiées pour $\theta = \frac{5\pi}{6}$.

La forme exponentielle de z est donc :

$$z = 4e^{i\frac{5\pi}{6}}.$$