

CLASSE : Terminale STI2D

EXERCICE 3 : 4 points

VOIE : ☑ Générale

ENSEIGNEMENT : Physique-chimie

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 0h54

CALCULATRICE AUTORISÉE : ☑ Oui sans mémoire, « type collègue »

EXERCICE 3

Mathématiques Métropole septembre 2024

Question 1

Pour tout réel $x > 0$:

$$3\ln(2x) - \ln(8) = \ln((2x)^3) - \ln(8)$$

$$3\ln(2x) - \ln(8) = \ln(8x^3) - \ln(8)$$

$$3\ln(2x) - \ln(8) = \ln\left(\frac{8x^3}{8}\right)$$

$$3\ln(2x) - \ln(8) = \ln(x^3)$$

$$3\ln(2x) - \ln(8) = 3\ln(x)$$

La réponse exacte est donc la réponse B.

Question 2

La fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme produit de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$.

Pour tout réel x , en écrivant $g(x) = u(x)v(x)$ avec $u(x) = x^2$ et $v(x) = e^{-2x}$, on a $u'(x) = 2x$ et $v'(x) = -2e^{-2x}$, donc :

$$g'(x) = u'(x) \times v(x) + u(x) \times v'(x)$$

$$g'(x) = 2xe^{-2x} + x^2 \times (-2e^{-2x})$$

$$g'(x) = e^{-2x}(2x - 2x^2)$$

$$g'(x) = 2xe^{-2x}(1 - x)$$

La réponse exacte est donc la réponse A.

Question 3

La forme algébrique de z_A est :

$$z_A = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$$

$$z_A = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$$

$$z_A = 2\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$$

$$z_A = 1 + \sqrt{3}i$$

Le module de z_B est :

$$z_B = -\sqrt{3} + i$$

z_1 est de la forme $a + ib$ avec $a = -\sqrt{3}$ et $b = 1$.

Le module de z_1 est :

$$|z_B| = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 1^2}$$

$$|z_B| = \sqrt{3 + 1}$$

$$|z_B| = \sqrt{4}$$

$$|z_B| = 2$$

Un argument θ de z_1 vérifie donc :

$$\cos\theta = \frac{a}{|z_B|}$$

$$\cos\theta = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin\theta = \frac{b}{|z_B|}$$

$$\sin\theta = \frac{1}{2}$$

$$\sin\theta = \frac{1}{2}$$

$$\text{soit } \theta = \frac{5\pi}{6}.$$

La forme exponentielle de z_B est donc :

$$z_B = 2e^{i\frac{5\pi}{6}}$$

Question 4

Une primitive de $x \mapsto \cos(2x)$ sur $\mathbb{R}$ est $x \mapsto \frac{1}{2}\sin(2x)$. Donc :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2x) \, dx = \left[\frac{1}{2} \sin(2x) \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2x) \, dx = \frac{1}{2} \sin(\pi) - \frac{1}{2} \sin(0)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2x) \, dx = \frac{1}{2} \times 0 - \frac{1}{2} \times 0$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2x) \, dx = 0$$