

| Nouvelle-Calédonie 2022<br>CORRECTION Nathalie Leclercq © <a href="https://www.vecteurbac.fr/">https://www.vecteurbac.fr/</a> |                                                                                                 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| CLASSE : Terminale STI2D                                                                                                      | EXERCICE 3 : 4 points                                                                           |
| VOIE : <input checked="" type="checkbox"/> Générale                                                                           | ENSEIGNEMENT : Physique-chimie                                                                  |
| DURÉE DE L'ÉPREUVE : 0h54                                                                                                     | CALCULATRICE AUTORISÉE : <input checked="" type="checkbox"/> Oui sans mémoire, « type collège » |

### EXERCICE 3

#### Mathématiques Nouvelle-Calédonie 2022 - Loi de refroidissement de Newton

##### Question 1

D'après la loi de refroidissement de Newton,  $\theta'(t) = \alpha(\theta(t) - A)$ , avec  $\alpha = -0,1$  et  $A = 20$  (température de la pièce).

Donc :

$$\theta'(t) = -0,1(\theta(t) - 20)$$

$$\theta'(t) = -0,1\theta(t) + 2$$

La réponse exacte est donc la réponse c.

##### Question 2

Pour tout réel  $t \geq 0$ ,  $\theta(t) = 580e^{-0,1t} + 20$  :

$$\theta'(t) = 580 \times (-0,1)e^{-0,1t}$$

$$\theta'(t) = -58e^{-0,1t}.$$

La pente de la tangente à la courbe représentative de  $\theta$  au point d'abscisse 10 vaut :

$$\theta'(10) = -58e^{-0,1 \times 10}$$

$$\theta'(10) = -58e^{-1}$$

$$\theta'(10) = -\frac{58}{e}$$

La réponse exacte est donc la réponse a.

##### Question 3

Pour tout réel  $t \geq 0$ ,  $e^{-0,1t} > 0$ , donc :

$$\theta'(t) = -58e^{-0,1t} < 0$$

La fonction  $\theta$  est donc strictement décroissante sur  $[0; +\infty[$ .

La réponse exacte est donc la réponse b.

Remarque : la température diminue car l'objet refroidit.

##### Question 4

$$\theta(t) = 580e^{-0,1t} + 20$$

Comme  $-0,1 < 0$ , on a  $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-0,1t} = 0$ , donc :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \theta(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} (580e^{-0,1t} + 20) = 580 \times 0 + 20 = 20.$$

La réponse exacte est donc la réponse a.

##### Question 5

L'algorithme doit incrémenter  $t$  et recalculer la température tant que la température est encore strictement supérieure à  $40^\circ\text{C}$ , afin de s'arrêter (et de renvoyer  $t$ ) dès que la température devient inférieure ou égale à  $40^\circ\text{C}$ .

La ligne 6 doit donc contenir : while Temperature > 40 :

La réponse exacte est donc la réponse b.

**Question 6**

On résout dans  $[0 ; +\infty[$  l'inéquation  $\theta(t) \leq 40$  :

$$580e^{-0,1t} + 20 \leq 40$$

$$580e^{-0,1t} \leq 40 - 20$$

$$580e^{-0,1t} \leq 20$$

$$e^{-0,1t} \leq \frac{20}{580}$$

$$e^{-0,1t} \leq \frac{1}{29}$$

La fonction logarithme népérien étant strictement croissante sur  $]0 ; +\infty[$ , cette inégalité équivaut à :

$$\ln(e^{-0,1t}) \leq \ln\left(\frac{1}{29}\right)$$

$$-0,1t \leq \ln\left(\frac{1}{29}\right)$$

En divisant par  $-0,1$  (on inverse le sens de l'inégalité) :

$$t \geq \frac{\ln\left(\frac{1}{29}\right)}{-0,1}$$

$$t \geq -10\ln\left(\frac{1}{29}\right)$$

L'ensemble des solutions sur  $[0 ; +\infty[$  est donc l'intervalle  $\left[-10\ln\left(\frac{1}{29}\right) ; +\infty\right[$ .

La réponse exacte est donc la réponse b.