

Polynésie 2025	
CORRECTION Nathalie Leclercq © https://www.vecteurbac.fr/	
CLASSE : Terminale STI2D	EXERCICE 3 : 4 points
VOIE : ☑ Générale	ENSEIGNEMENT : Physique-chimie
DURÉE DE L'ÉPREUVE : 0h54	CALCULATRICE AUTORISÉE : ☑ Oui sans mémoire, « type collège »

EXERCICE 3

Mathématiques Polynésie 2025

Partie I

1.

$$z_1 = \sqrt{3} - i$$

Le module de z_1 est :

$$|z_1| = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2}$$

$$|z_1| = \sqrt{3 + 1}$$

$$|z_1| = \sqrt{4}$$

$$|z_1| = 2$$

On peut donc écrire $z_1 = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)$.

Un argument θ de z_1 vérifie donc :

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{et} \quad \sin\theta = -\frac{1}{2},$$

$$\text{soit } \theta = -\frac{\pi}{6}$$

La forme exponentielle de z_1 est donc :

$$z_1 = 2e^{-i\frac{\pi}{6}}$$

2.

D'après la question précédente, $z_1 = 2e^{-i\frac{\pi}{6}}$, donc :

$$z_1^3 = \left(2e^{-i\frac{\pi}{6}}\right)^3$$

$$z_1^3 = 2^3 e^{-i\frac{3\pi}{6}}$$

$$z_1^3 = 8e^{-i\frac{\pi}{2}}$$

De plus :

$$z_2^2 = \left(2e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^2$$

$$z_2^2 = 2^2 e^{i\frac{2\pi}{4}}$$

$$z_2^2 = 4e^{i\frac{\pi}{2}}$$

Donc :

$$Z = z_1^3 \times z_2^2$$

$$Z = 8e^{-i\frac{\pi}{2}} \times 4e^{i\frac{\pi}{2}}$$

$$Z = 32 e^{i\left(-\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right)}$$

$$Z = 32e^{i0}$$

$$Z = 32$$

Z est donc un nombre réel

Partie II

3.

L'équation (E) : $y' = -4y + 80$ est de la forme $y' = ay + b$ avec $a = -4$ et $b = 80$.

L'ensemble des solutions de (E) est donc l'ensemble des fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$y(x) = Ce^{ax} - \frac{b}{a}, \quad C \in \mathbb{R}$$

$$y(x) = Ce^{-4x} - \frac{80}{-4}, \quad C \in \mathbb{R}$$

$$y(x) = Ce^{-4x} + 20, \quad C \in \mathbb{R}$$

4.

La condition $f(0) = 100$ donne :

$$f(0) = Ce^0 + 20 = 100$$

$$C + 20 = 100$$

$$C = 100 - 20$$

$$C = 80$$

La solution cherchée est donc la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 80e^{-4x} + 20$$

5.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 80e^{-4x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 20 = 20$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 20$$