

CLASSE : Terminale

VOIE : ☒ Générale

DURÉE DE L'EXERCICE : 1h03

EXERCICE 3 : 6 points

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ : PHYSIQUE-CHIMIE

CALCULATRICE AUTORISÉE : ☒ Oui « type collège »

EXERCICE 3 : La saga de la découverte des trous noirs

Q1.

D'après la deuxième loi de Kepler, le rayon vecteur reliant SgrA* (foyer F1) à l'étoile S2 balaie des aires égales pendant des durées égales.

En 2002, l'étoile S2 est plus proche de F1 qu'en 1993.

Pour balayer une aire égale pendant une même durée avec un rayon plus petit, l'étoile doit parcourir une distance plus grande : sa vitesse est donc plus grande.

$$d_{2002} > d_{1993}$$

$$\frac{d_{2002}}{\Delta t} > \frac{d_{1993}}{\Delta t}$$

$$v_{2002} > v_{1993}$$

Ainsi, la vitesse de S2 en 2002 est supérieure à sa vitesse en 1993.

Q2.

D'après la Figure 1, entre 1992,5 et 2002 l'étoile S2 parcourt un demi tour autour de SgrA* :

$$\frac{T}{2} = 2002 - 1992,5$$

$$\frac{T}{2} = 9,5$$

$$T = 9,5 \times 2$$

$$T = 19 \text{ ans}$$

La valeur de la période de révolution T de l'étoile S2 autour de SgrA* est donc de l'ordre de 19 ans.

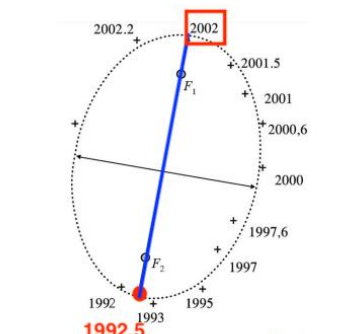


Figure 1. Relevé des positions de l'étoile S2

Q3.

Système : étoile fictive Sf

Référentiel : galiléen, centré sur SgrA*.

D'après la deuxième loi de Newton :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m_f \times \vec{a}$$

$$\vec{F}_{\text{SgrA}^*/\text{Sf}} = m_f \times \vec{a}$$

$$\frac{G \times M \times m_f}{r^2} \times \vec{u}_n = m_f \times \vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{G \times M}{r^2} \times \vec{u}_n$$

Q4.

Le vecteur vitesse $\vec{v}$ tangent à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement selon $\vec{u}_t$.

Le vecteur accélération $\vec{a}$ dirigé vers le centre de la trajectoire selon $\vec{u}_n$.

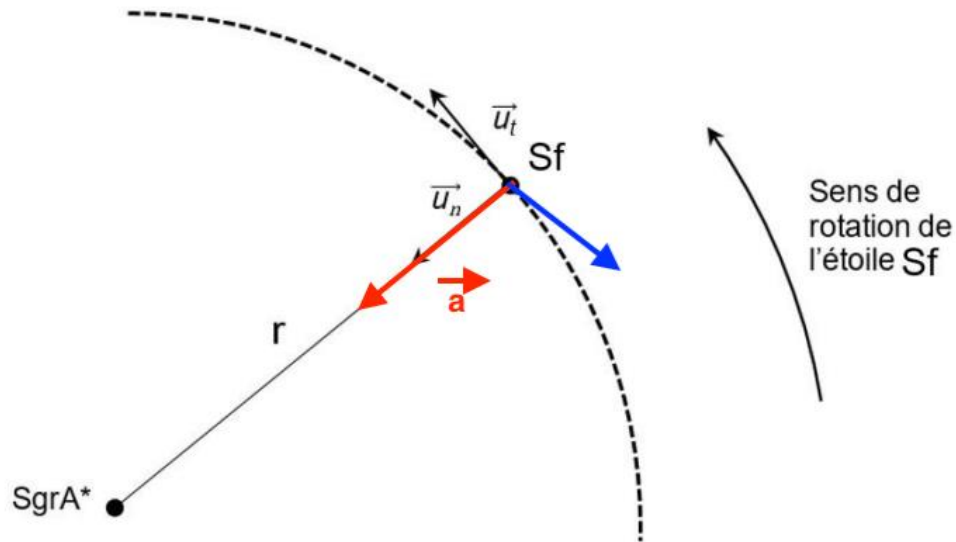


Figure 2. Portion de trajectoire circulaire de l'étoile Sf autour de SgrA*

Q5.

Pour un mouvement circulaire, dans le repère de Frenet, le vecteur accélération est de la forme :

$$\vec{a} = \frac{v^2}{r} \vec{u}_n + \frac{dv}{dt} \vec{u}_t$$

Le vecteur accélération étant unique, par identification avec le résultat de la **Q3** :

$$\frac{dv}{dt} = 0$$

La vitesse est donc constante : le mouvement de l'étoile Sf est circulaire uniforme.

Q6.

Le vecteur accélération étant unique, par identification avec le résultat de la **Q3** :

$$\begin{aligned} \frac{v^2}{r} &= \frac{G \times M}{r^2} \\ v^2 &= \frac{G \times M}{r} \\ v &= \sqrt{\frac{G \times M}{r}} \end{aligned}$$

Q7.

Pour un mouvement circulaire uniforme, la période de révolution est :

$$\begin{aligned} T &= \frac{\text{périmètre du cercle}}{\text{vitesse}} = \frac{2\pi r}{v} \\ T &= \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM}{r}}} \end{aligned}$$

$$T = 2\pi r \times \sqrt{\frac{r}{GM}}$$

$$T^2 = 4\pi^2 r^2 \times \frac{r}{GM}$$

$$T^2 = 4\pi^2 \times \frac{r^3}{GM}$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

Q8.

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

$$T^2 \times GM = 4\pi^2 \times r^3$$

$$M = \frac{4\pi^2 \times r^3}{G \times T^2}$$

$$M = \frac{4\pi^2 \times (1,74 \times 10^{11} \times 10^3)^3}{6,67 \times 10^{-11} \times (19 \times 365,25 \times 24 \times 3600)^2}$$

$$M = 8,67 \times 10^{36} \text{ kg}$$

Comparaison à la masse du Soleil :

$$\frac{M}{M_s} = \frac{8,67 \times 10^{36}}{1,99 \times 10^{30}}$$

$$\frac{M}{M_s} = 4,36 \times 10^6$$

La masse du trou noir SgrA* est donc estimée à environ 4,36 millions de masses solaires, une valeur proche de celle annoncée dans l'article (4,4 millions de masses solaires).