EXERCICE 1. Lancer d'un javelot vortex (11 points)

Le javelot vortex est conçu pour s'initier au lancer de javelot. Il émet un effet sonore au lancer grâce à des sifflets intégrés et des ailettes stabilisent son vol (figure 1).



Figure 1. Javelot vortex

Données :

- masse du javelot vortex : $m = 125$ g ;
- volume du javelot vortex : $V = 680\ \text{cm}^3$;
- masse volumique de l'air : $\rho_{\text{air}} = 1{,}3 \times 10^{-3}\ \text{g·cm}^{-3}$;
- intensité de pesanteur terrestre : $g = 9{,}81\ \text{m·s}^{-2}$;
- la poussée d'Archimède $\overrightarrow{\Pi_A}$ est une force, verticale et dirigée vers le haut, que subit tout objet plongé dans un fluide. Pour un objet de volume V totalement immergé dans un fluide de masse volumique ρ, son expression vectorielle est : $\overrightarrow{\Pi_A} = -\rho \cdot V \cdot \vec{g}$;
- célérité du son dans l'air à 15 °C : $c = 340\ \text{m·s}^{-1}$;
- pour discuter de l'accord du résultat d'une mesure avec une valeur de référence, on peut utiliser le quotient $z = \frac{|x - x_{\text{ref}}|}{u(x)}$ avec x la valeur mesurée, x_{ref} la valeur de référence et $u(x)$ l'incertitude-type associée à la valeur mesurée x. Le résultat d'une mesure est considéré en accord avec une valeur de référence si $z \leq 2$.

Dans une première partie, on étudie le mouvement du centre de masse G du javelot vortex dans le référentiel terrestre supposé galiléen. En deuxième partie, on s'intéresse à l'émission sonore du javelot vortex.

Partie 1 : étude du mouvement du javelot vortex

On souhaite étudier le lancer du javelot vortex au cours du temps. La situation est représentée sur la figure 2. Les frottements ne sont pas pris en compte dans cette partie.

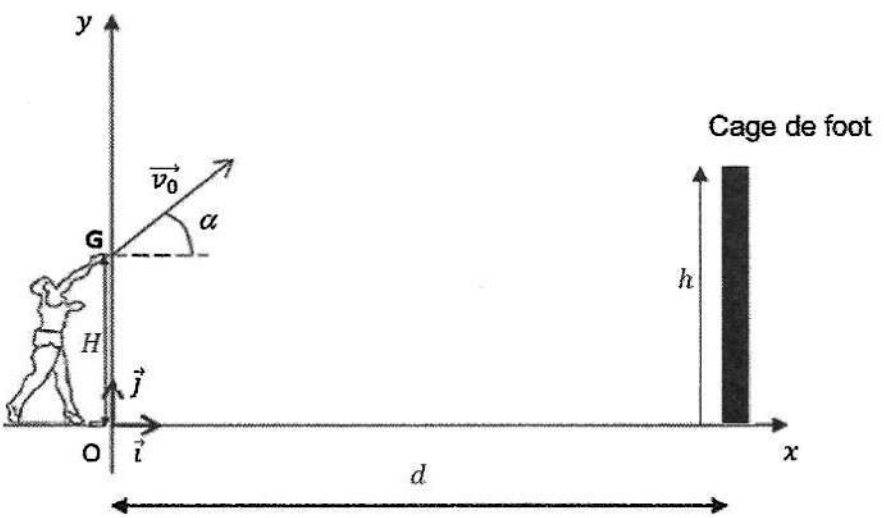


Figure 2. Schéma sans échelle

L'objectif d'une épreuve en cours d'EPS est de faire passer son javelot vortex au-dessus d'une cage de foot d'une hauteur $h = 2{,}44$ m située à une distance $d = 18{,}0$ m. L'élève doit trouver l'angle

d'envol α permettant de lancer son javelot vortex le plus loin possible en partant d'une hauteur H (figure 2).

Un élève effectue deux lancers. Chaque lancer rapporte des points en fonction de la réussite du tir et de sa portée. Le barème de l'épreuve est donné dans le tableau figure 3.

a) Première composante du barème :

Le tir passe au-dessus de la cage de foot	Non **Tir non réussi**	Oui **Tir réussi**
Barème	0 point	2 points

b) Deuxième composante du barème :

Portée du tir	Entre 16 et 18 m	Entre 18 et 20 m	Entre 20 et 22 m	Entre 22 et 24 m	Entre 24 et 26 m	Au-delà de 26 m
Barème	1 point	2 points	3 points	4 points	5 points	6 points

Figure 3. Barème du lancer de javelot vortex

On souhaite établir les expressions littérales des grandeurs accélération, vitesse et position du centre de masse du javelot vortex lors de son mouvement.

Q1. Calculer la valeur du poids P du javelot vortex.

Q2. Montrer que l'on peut négliger la poussée d'Archimède devant le poids du javelot vortex.

Q3. À partir de la deuxième loi de Newton, déterminer les expressions littérales des coordonnées a_x et a_y du vecteur accélération $\vec{a}$ du centre de masse du javelot vortex suivant les axes Ox et Oy.

Q4. Montrer que les expressions littérales des équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ de la position du centre de masse du javelot vortex au cours du mouvement sont :

$$x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t$$

$$y(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + H$$

Q5. En déduire que l'équation de la trajectoire du centre de masse du javelot vortex dans le repère d'espace (Ox, Oy) est :

$$y(x) = -\frac{g}{2v_0^2} \cdot \frac{x^2}{\cos^2(\alpha)} + x \cdot \tan(\alpha) + H$$

Qualifier cette trajectoire.

On suppose dans la suite de l'exercice que $H = 1{,}50$ m.

Q6. Indiquer les paramètres initiaux de lancement sur lesquels un élève peut avoir une influence et qui permettent d'augmenter la portée du tir.

Q7. Déterminer si le tir est réussi lorsque la vitesse a pour valeur $v_0 = 13{,}4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et l'angle d'envol a pour valeur $\alpha = 40{,}0°$.

Q8. Le professeur conseille à l'élève de lancer avec un angle d'envol de 45°. Déterminer la valeur minimale $v_{0\text{lim}}$ à laquelle l'élève devra lancer son javelot vortex pour que le tir soit réussi.

Pour déterminer la distance à laquelle tombe le javelot vortex par rapport au point O, le professeur crée un programme en langage Python dont le script est présenté figure 4.

```
1  import numpy as np
2  import matplotlib.pyplot as plt
3
4  # Constantes
5  g = 9.81   # Intensité de pesanteur (m/s^2)
6
7  # Conditions initiales
8  v0 = 13.4      # Vitesse initiale (m/s)
9  angle = 40.0   # Angle d'envol (degrés)
10 H = 1.50       # Hauteur initiale (m)
11
12 # Conversion de l'angle d'envol en radians
13 alpha = np.radians(angle)
14
15 # Calcul des composantes de la vitesse initiale
16 v0x = v0 * np.cos(alpha)   # Vitesse initiale en x
17 v0y = v0 * np.sin(alpha)   # Vitesse initiale en y
18
19 # Temps de vol total
20 t_vol = v0y / g + np.sqrt((v0y / g)**2 + 2 * H)
21
22 # Points de temps pour la simulation
23 t = np.linspace(0, t_vol, num=500)
24
25 # Trajectoire du javelot vortex
26 x = v0x * t
27 y =
28
29 # Tracer la trajectoire
30 plt.figure(figsize=(12, 6))
31 plt.plot(x,y)
32 plt.title('Trajectoire du lancer de javelot vortex')
33 plt.xlabel('$x$ (m)')
34 plt.ylabel('$y$ (m)')
35 plt.grid(True)
36 plt.ylim(bottom=0)  # Limite inférieure de y à 0
37 plt.show()
```

Figure 4. Programme Python modélisant l'évolution des coordonnées (x, y) du point G

Ce programme utilise les équations horaires modélisant le déplacement du centre de masse du javelot vortex. L'exécution de ce programme permet d'obtenir le graphique de la figure 5 qui modélise l'évolution des coordonnées (x, y), exprimées en mètre, du point G au cours du temps.

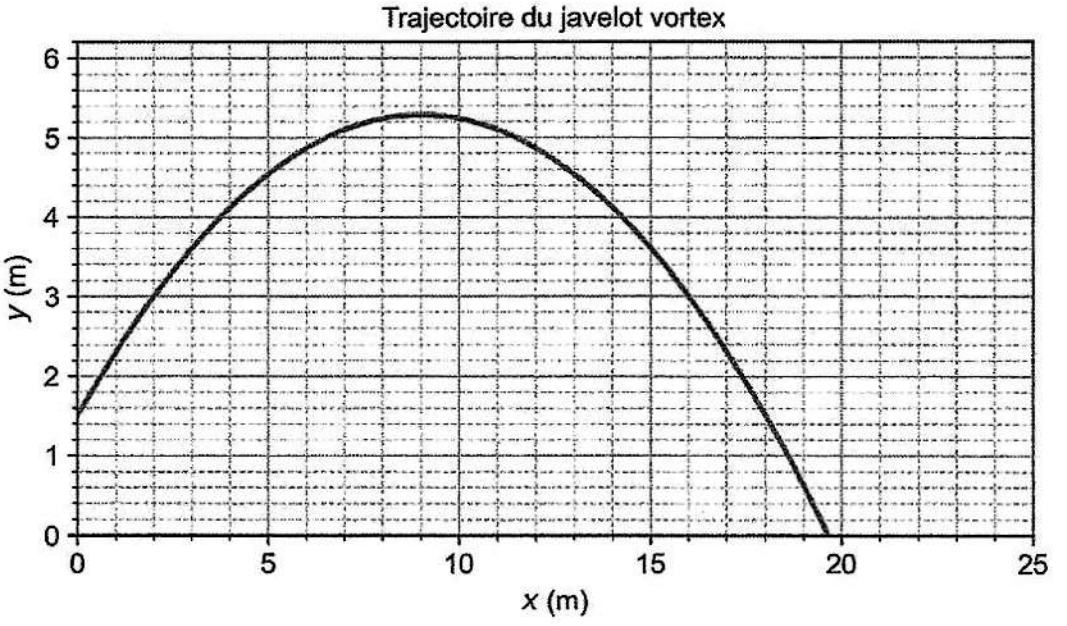


Figure 5. Modélisation de la trajectoire du javelot vortex
avec une vitesse de lancer $v_0 = 13{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et un angle d'envol $\alpha = 40{,}0\ °$.

Q9. Recopier et compléter, sur la copie, la ligne 27 du programme figure 4.

Q10. À partir de la figure 5, déterminer si le tir est réussi.

Q11. À partir de la figure 5, déterminer la valeur de la portée x_{max} du tir.

Q12. Indiquer comment modifier le programme pour obtenir la trajectoire avec un angle d'envol de valeur $\alpha = 45\ °$.

Après modification du programme, on visualise les modélisations de l'évolution des coordonnées du centre de masse du javelot vortex pour différentes valeurs de vitesse de lancer sous un angle d'envol $\alpha = 45\ °$ (figure 6).

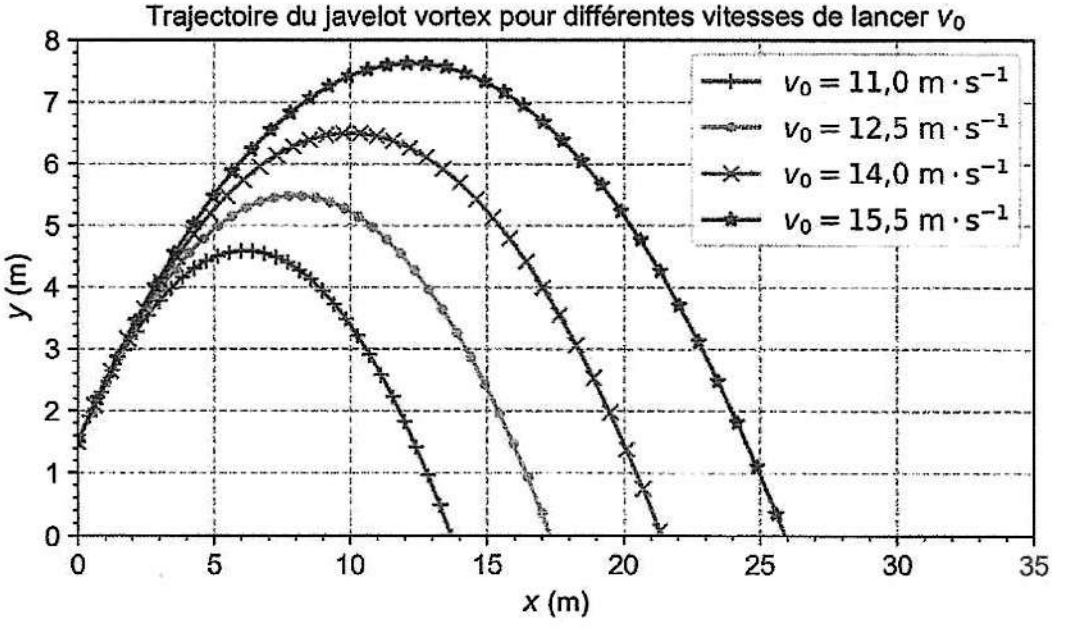


Figure 6. Modélisation de la trajectoire du javelot vortex avec un angle d'envol $\alpha = 45°$.

Suivant les conseils de son professeur, l'élève effectue deux autres lancers sous un angle d'envol $\alpha = 45°$ et avec des valeurs de vitesse de lancer de 12,5 m·s^{-1} et 14,0 m·s^{-1}.

Q13. Exploiter les résultats du programme, représentés figure 6, pour calculer le score obtenu par l'élève à chaque lancer.

Partie 2 : effets sonores du javelot vortex

D'après les données fournies par le constructeur, au moment du lancer, le javelot vortex émet un signal sonore d'intensité sonore $I_1 = 2{,}5 \times 10^{-5}$ W·m^{-2} à une distance de 1 m.

La relation entre le niveau d'intensité sonore L (en dB) et l'intensité sonore I (en W·m^{-2}) est :

$$L = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

L'intensité sonore de référence I_0 est égale à $1{,}0 \times 10^{-12}$ W·m^{-2}.

Q14. Calculer la valeur du niveau d'intensité sonore L_1 à une distance de 1 m du javelot vortex.

Les élèves souhaitent vérifier cette donnée en mesurant le niveau d'intensité sonore à une distance de 1 m avec l'application sonomètre de leur smartphone. La mesure est répétée sur 10 lancers considérés comme identiques. Les résultats des mesures sont donnés dans le tableau de la figure 7.

Numéro du lancer	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Niveau d'intensité sonore L (en dB)	75	72	74	68	72	75	71	76	73	69

Figure 7. Résultats des mesures du niveau d'intensité sonore

L'incertitude-type $u(X)$ d'une grandeur X associée à la moyenne de N mesures est donnée par :

$u(X) = \frac{s_{\text{exp}}}{\sqrt{N}}$ avec s_{exp} l'écart type expérimental de la série des N mesures.

Q15. Calculer la valeur moyenne L_{moy} et l'incertitude-type $u(L)$ liées à cette série de mesures. Écrire le résultat de cette mesure avec son incertitude-type.

Q16. Conclure quant à la validité de la donnée fournie par le constructeur.

On note f_{E} la fréquence de l'onde sonore émise par les sifflets du javelot vortex dans son référentiel, f_{R} la fréquence perçue par le lanceur. Au début du lancer du javelot vortex, le signal sonore est enregistré par un sonomètre placé au voisinage du lanceur. Le signal sonore enregistré est représenté figure 8. On considère que lors de l'enregistrement, le mouvement du javelot vortex est rectiligne uniforme avec une vitesse $v = 15{,}8$ m·s^{-1}.

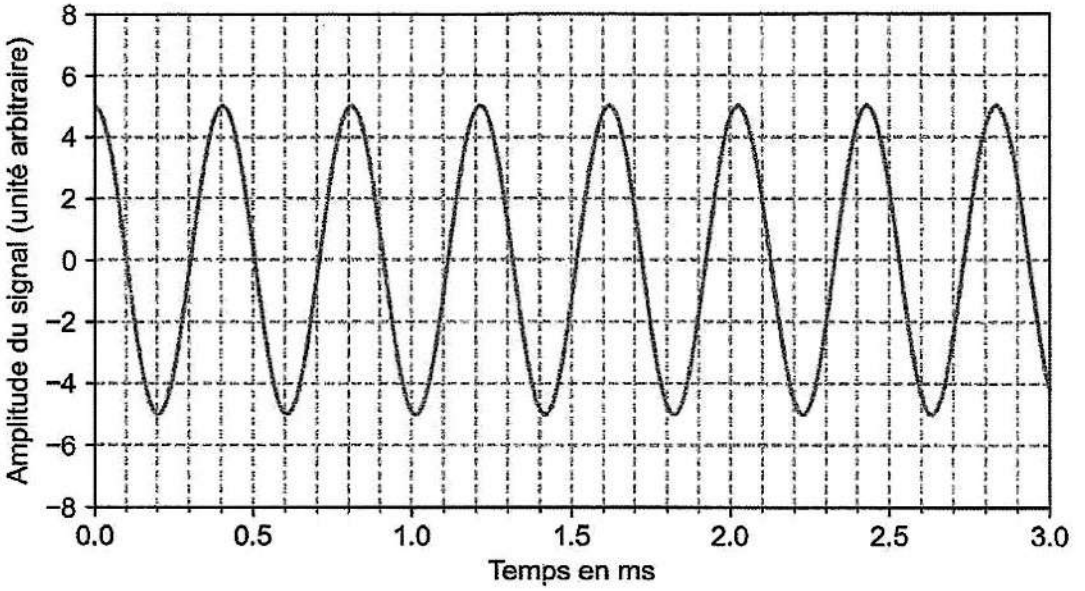


Figure 8. Signal sonore enregistré

Q17. Expliquer pourquoi l'effet Doppler se manifeste dans cette situation.

On propose les relations notées (1), (2) ou (3) pour relier la fréquence f_R perçue par le lanceur à la fréquence f_E émise par les sifflets du javelot vortex. On note c la célérité de l'onde sonore dans l'air.

$$\frac{f_R}{f_E} = \frac{c}{c+v} \quad (1) \qquad \frac{f_R}{f_E} = \frac{c}{c-v} \quad (2) \qquad \frac{f_R}{f_E} = \frac{c}{c \cdot v} \quad (3)$$

Q18. Choisir en justifiant la relation correcte dans les conditions de l'expérience.

Q19. À partir de la figure 8 et de la relation choisie à la question précédente, déterminer la valeur de la fréquence f_E émise par les sifflets du javelot vortex.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et doit être correctement présentée.